פתרונות מלאים

למבחנים בחוברת 1, 2, 3, 4, 5

פתרון מבחן מתכונת מס' 1

תשובות

פתרון שאלה 1

א. בנקודת החיתוך עם ציר x: $y = 0$

$0 = -x^2 - 4x - 4$

קיבלנו משוואה ריבועית:

$a = -1 \quad b = -4 \quad c = -4$

נציב בנוסחת השורשים:

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x_{1,2} = \frac{4 \pm \sqrt{(-4)^2 - 4 \cdot (-1) \cdot (-4)}}{2 \cdot (-1)} = \frac{4 \pm 0}{-2} = \frac{4}{-2} = -2 \quad \rightarrow \quad A\,(-2, 0)$$

בנקודת החיתוך עם ציר y: $x = 0$

$y = -0^2 - 4 \cdot 0 - 4 = -4$

$B\,(0, -4)$

ב. אנו רואים בשרטוט שהפונקציה נמצאת מתחת לציר ה־x בכל ערכיה, למעט בנקודה $A\,(-2, 0)$. לכן הפונקציה שלילית לכל x השונה מ־2-.

ג. הנקודה הגבוהה ביותר בשרטוט היא $A\,(-2, 0)$. הערך המקסימלי שהפונקציה מקבלת הוא **אפס**.

ד. אנו רואים בשרטוט שהפונקציה יורדת אחרי הנקודה A. כלומר הפונקציה יורדת לכל x הגדול מ־2-.

פתרון שאלה 2

א. נסמן את הנתונים: אורך השלב התחתון (החמישי) 43.923 ס"מ

$a_5 = 43.923$

כל שלב ארוך מזה שמעליו פי 1.1.

$q = 1.1$

נשתמש בנוסחה למציאת איבר כללי:

$a_n = a_1 q^{n-1}$

נציב $n = 5$ ונקבל:

$\underline{a_5 = a_1 \cdot q^4}$

נתון כי $a_5 = 43.923$ $q = 1 \cdot 1$

$43.923 = a_1 \cdot (1.1)^4$

$43.923 = a_1 \cdot 1.4641 \quad / : 1.4641$

$\boxed{30 = a_1}$

אורך השלב העליון 30 ס"מ.

ב. נשתמש בנוסחה למציאת סכום סדרה הנדסית:

$$S_n = \frac{a_1\left(q^n - 1\right)}{q - 1}$$

נתון: $n = 5$ $a_1 = 30$ $q = 1.1$

$$S_5 = \frac{30\left(1.1^5 - 1\right)}{1.1 - 1} = 183.153$$

סכום האורכים של כל 5 השלבים בסולם הוא 183.153 ס"מ.

פתרון שאלה 3

נסמן את הנתונים: השקילה הראשונה היא ב־6:00 ולכן: $M_{(0)} = 200$

כל שלוש שעות הן יחידת זמן אחת ולכן: $M_{(1)} = 180$

$M_{(t)} = 145.8$

א. נציב את הנתונים בנוסחה $M_{(t)} = M_{(0)} \cdot q^t$

$180 = 200 \cdot q^1 \quad / : 200$

$\boxed{0.9 = q}$

נציב את $M_{(t)} = 145.8$ בנוסחה:

$145.8 = 200 \cdot 0.9^t \quad / : 200$

$0.729 = 0.9^t$

נשתמש בנוסחה למציאת t: אם $x = a^t$ אז

$$t = \frac{\ln x}{\ln a}$$

$$t = \frac{\ln 0.729}{\ln 0.9} = 3$$

השקילה הנוספת נערכה לאחר 3 יחידות זמן של שלוש שעות, כלומר לאחר 9 שעות. היא נערכה בשעה 15:00.

ב. אנו מחפשים מתי משקל החומר היה 65.61% מ־200 ולכן נציב בנוסחה $M_{(t)} = M_{(0)} \cdot q^t$.

$M_{(t)} = 0.6561 \cdot 200 = 131.22$

$131.22 = 200 \cdot 0.9^t \quad / : 200$

$0.6561 = 0.9^t$

נשתמש בנוסחה למציאת t: אם $x = a^t$ אז

$$t = \frac{\ln x}{\ln a}$$

$$t = \frac{\ln 0.6561}{\ln 0.9} = 4$$

קיבלנו שהמשקל הרצוי התקבל לאחר 4 יחידות של שלוש שעות, כלומר לאחר 12 שעות. המשקל הרצוי התקבל בשעה 18:00.

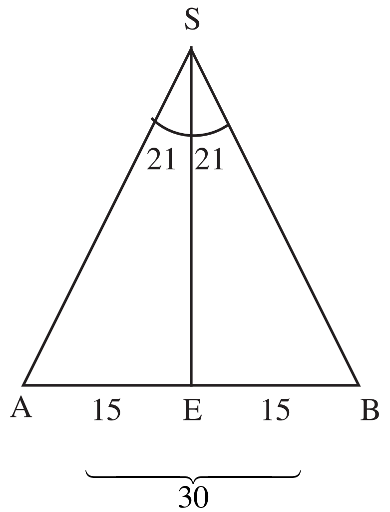
פתרון שאלה 4

א. משולש SAB הוא שווה־שוקיים $(SA = SB)$ ולכן הגובה SE הוא גם תיכון וגם חוצה זווית הראש.

$(\sphericalangle ASE = \sphericalangle ESB = 21^\circ,\ AE = BE = 15$ ס"מ$)$

ΔASE הוא ישר־זווית. אנו יודעים את אורך הניצב **מול** הזווית ומחפשים את הניצב **ליד** הזווית.

נשתמש ב־tan.

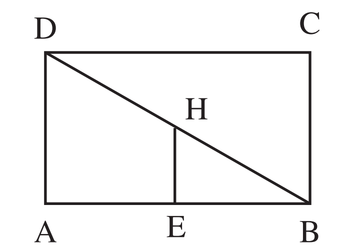


$$\tan 21 = \frac{15}{SE} \quad / \cdot SE$$

$$SE \cdot \tan 21 = 15 \quad / : \tan 21$$

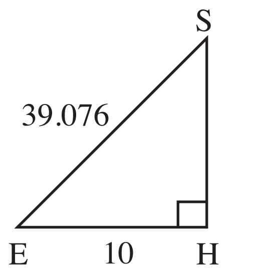
$$SE = \frac{15}{\tan 21} = 39.076 \text{ ס"מ}$$

ב. נתבונן במלבן ABCD. האלכסונים במלבן חוצים זה את זה, HE הוא קטע אמצעים ב־ΔABD, ולכן $HE = \frac{1}{2} \cdot AD = 10$ ס"מ



SEH הוא משולש ישר־זווית.

נשתמש במשפט פיתגורס:



$$SH^2 + EH^2 = SE^2$$

$$SH^2 + 10^2 = 39.076^2$$

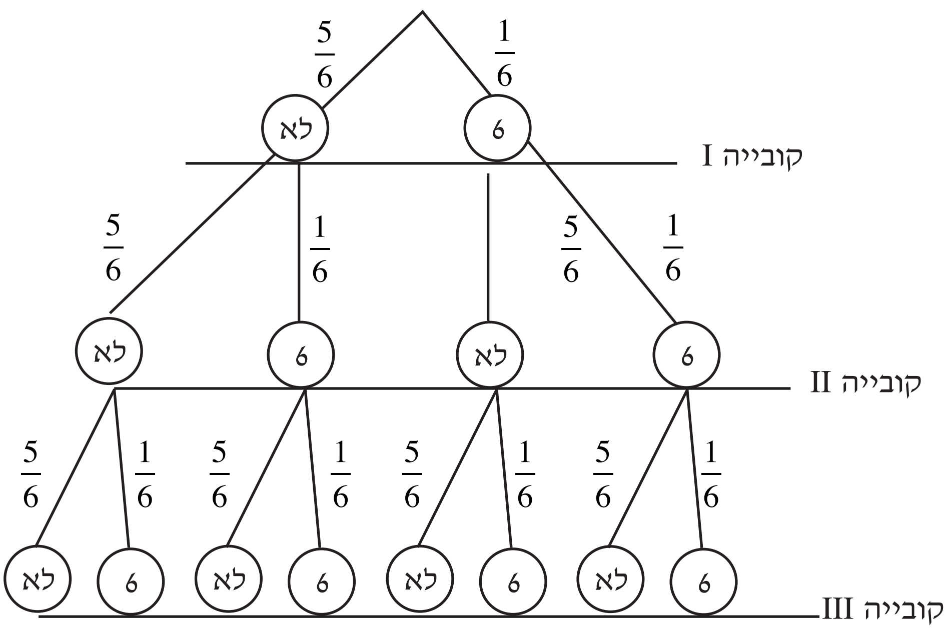
$$SH^2 + 100 = 1526.933$$

$$SH^2 = 1426.933 \quad / \sqrt{\ }$$

$\boxed{SH = 37.77}$ ס"מ

פתרון שאלה 5

בנה תרשים עץ שיתאר את הבעיה:



א)
$$P\begin{pmatrix}\text{בדיוק 1}\\ \text{תראה 6}\end{pmatrix}=P\begin{pmatrix}\text{לא}\\ \text{לא}\\ \text{לא}\end{pmatrix}+P\begin{pmatrix}\text{לא}\\ 6\\ \text{לא}\end{pmatrix}+P\begin{pmatrix}\text{לא}\\ \text{לא}\\ 6\end{pmatrix}=\frac{1}{6}\cdot\frac{5}{6}\cdot\frac{5}{6}+\frac{5}{6}\cdot\frac{1}{6}\cdot\frac{5}{6}+\frac{5}{6}\cdot\frac{5}{6}\cdot\frac{1}{6}=\frac{25}{72}$$

ב)
$$P\begin{pmatrix}\text{לכל היותר}\\ \text{1 תראה 6}\end{pmatrix}=P\begin{pmatrix}\text{בדיוק 1}\\ \text{תראה 6}\end{pmatrix}+P\begin{pmatrix}\text{לא}\\ \text{לא}\\ \text{לא}\end{pmatrix}=\frac{25}{72}+\frac{5}{6}\cdot\frac{5}{6}\cdot\frac{5}{6}=\frac{25}{27}$$

פתרון שאלה 6

א. נתון כי 84% מהציונים נמוכים מהציון 79.

נתבונן בגרף ההתפלגות הנורמלית ונספור משמאל לימין עד שנגיע ל־84%. נקבל:

$$0.5+1.5+5+9+15+19+19+15=84\%$$

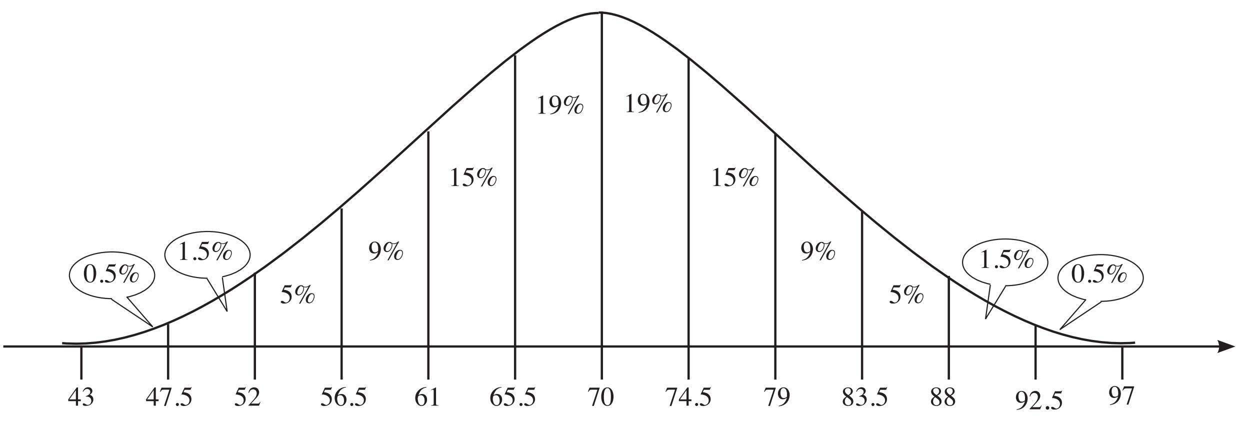
קיבלנו כי הציון 79 נמצא סטיית תקן אחת **מעל** הממוצע (לפי הגרף הוא ממוקם ב־ $\bar{x}+S$).

ידוע כי $\boxed{S=9}$ ולכן הממוצע הוא: $70=9-79 \rightarrow \boxed{\bar{x}=70}$

הציון הממוצע הוא 70.

ב. נסמן על גרף ההתפלגות הנורמלית את הציונים המתאימים, לפי מרחקם בסטיות תקן מהממוצע ונעתיק לגרף את האחוזים מהנוסחאון.

סטיית התקן שווה 9 ס"מ ולכן חצי סטיית תקן שווה 4.5 ס"מ.



נבדוק בגרף מהו אחוז התלמידים הנמצאים מתחת לציון 61:

$9 + 5 + 1.5 + 0.5 = 16\%$

כלומר, 0.16 = (נמוך מ־61) P.

ג. אחוז התלמידים שקיבלו ציון בין 61–79 הוא:

$15 + 19 + 19 + 15 = 68\%$

$$\frac{68\%}{100\%} = \frac{N}{76{,}500}$$

$$68 \cdot 76{,}500 = 100N$$

$$\boxed{52{,}020 = N}$$

52,020 תלמידים קיבלו ציון הגבוה מ־61 אך נמוך מ־79.

ד. שתי מאיות מהתלמידים קיבלו ציון לשבח, כלומר 2% מהתלמידים.

לפי הגרף, הציון שממנו קיבלו התלמידים ציון לשבח הוא 88.

פתרון מבחן מתכונת מס' 2

תשובות

פתרון שאלה 1

א. נסמן את הנתונים: $M_{(0)} = 300{,}000$ $\quad P = 10\%$

נציב בנוסחה $q = 1 \pm \frac{P}{100}$ $\qquad q = 1 - \frac{10}{100} = 0.9$

נשתמש בנוסחה $M_{(t)} = M_{(0)} \cdot q^t$ $\qquad M_{(2)} = 300{,}000 \cdot (0.9)^2 = 243{,}000$

ב. נציב $t = 10$: $\qquad M_{(10)} = 300{,}000 \cdot (0.9)^{10} = 104{,}603.53$

ג. נציב $t = 15$: $\qquad M_{(15)} = 300{,}000\ (0.9)^{15} = 61{,}767.34$

הסכום של 50,000 **לא** יספיק לכיסוי שארית החוב של דני.

פתרון שאלה 2

א. על פי הגרף האיבר הראשון הוא 13.

האיבר השני הוא 9 ולכן ההפרש הוא $d = 9 - 13 = -4$.

ב. נשתמש בנוסחה למציאת סכום סדרה חשבונית:

נציב: $a_1 = 13 \quad d = -4 \quad n = 10$

$$S_n = \frac{n}{2}\left[2a_1 + (n-1)d\right]$$

$$S_{10} = \frac{10}{2}\left[2 \cdot 13 + 9 \cdot (-4)\right]$$

$$S_{10} = S \cdot \left[26 - 36\right] = -50$$

ג. נציב $S_n = 7$

$$7 = \frac{n}{2}\left[2 \cdot 13 + (n-1)(-4)\right] \quad / \cdot 2$$
$$14 = n\left[26 - 4n + 4\right]$$
$$14 = n\left[30 - 4n\right]$$
$$14 = 30n - 4n^2$$
$$4n^2 - 30n + 14 = 0$$

נשתמש בנוסחת השורשים:

$$n_{1,2} = \frac{b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

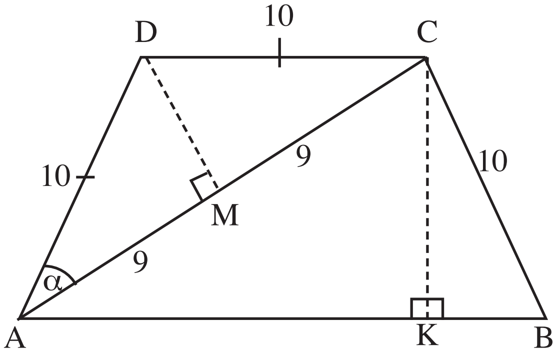
נציב: $a = 4 \quad b = -30 \quad c = 14$

$$n_{1,2} = \frac{30 \pm \sqrt{(-30)^2 - 4 \cdot 4 \cdot 14}}{2 \cdot 4} = \frac{30 \pm \sqrt{676}}{8} = \frac{30 \pm 26}{8}$$

$$n_1 = \frac{30 + 26}{8} = \frac{56}{8} = 7$$

$$n_1 = \frac{30 - 26}{8} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2} \leftarrow$$ נפסל

פתרון שאלה 3



א. ΔABC שווה-שוקיים ולכן הגובה DM הוא גם

תיכון $(AM = MC = 9)$.

ΔADM ישר-זווית $(\sphericalangle DMA = 90^\circ)$.

אנו יודעים את אורך **היתר** (AD) ואת אורך הניצב

שליד הזווית (AM).

נשתמש ב-cos.

$$\cos\alpha = \frac{AM}{AD}$$

$$\cos\alpha = \frac{9}{10} \quad / \text{ SHIFT cos}$$

$$\boxed{\alpha = 25.84^\circ}$$

כדי למצוא זווית נשתמש בכפתור SHIFT.

ΔADC שווה-שוקיים ולכן זוויות הבסיס שוות $\measuredangle DAC = \measuredangle DCA = 25.84^\circ$

סכום זוויות במשולש 180° ולכן: $\measuredangle ADC = 180 - 25.84 - 25.84 = 128.32^\circ$

ב. $\measuredangle CAB = \measuredangle DCA = 25.84^\circ$ (זוויות מתחלפות בין קווים מקבילים - שוות).

זוויות הבסיס בטרפז שווה-שוקיים שוות ולכן: $\measuredangle DAB = \measuredangle CBA = 25.84 + 25.84 = 51.68^\circ$

$\measuredangle ADC = \measuredangle BCD = 128.32^\circ$

ג. $\measuredangle ACB = 180^\circ - 51.68 - 25.84 = 102.48^\circ$

ד. נוריד גובה CK ($\measuredangle AKC = 90^\circ$).

ΔACK ישר-זווית ($\measuredangle AKC = 90^\circ$). אנו יודעים את אורך **היתר** (AC) ומחפשים את אורך הניצב **ליד** הזווית (AK). נשתמש ב-cos.

$$\cos 25.84^\circ = \frac{AK}{AC}$$

$$\cos 25.84^\circ = \frac{AK}{18} \quad / \cdot 18$$

$$AK = 18\cos 25.84^\circ$$

$$\boxed{AK = 16.20 \text{ ס"מ}}$$

כדי למצוא את אורך CK נשתמש ב-sin.

$$\sin 25.84^\circ = \frac{CK}{AC}$$

$$\sin 25.84^\circ = \frac{CK}{18} \quad / \cdot 18$$

$$18\sin 25.84^\circ = CK$$

$$\boxed{CK = 7.845 \text{ ס"מ}}$$

ΔBCK ישר-זווית $(\sphericalangle CKB = 90^\circ)$. אנו יודעים את אורך **היתר** (CB) ומחפשים את אורך הניצב **ליד** הזווית (BK). נשתמש ב-cos.

$$\cos 51.68^\circ = \frac{KB}{CB}$$

$$\cos 51.68^\circ = \frac{KB}{10} \quad / \cdot 10$$

$$KB = 10\cos 51.68^\circ$$

$$\boxed{KB = 6.20 \text{ ס"מ}}$$

$$AB = AK + KB = 16.20 + 6.20 = 22.40 \text{ ס"מ}$$

נשתמש בנוסחה למציאת שטח משולש

$$S_\Delta = \frac{\text{גובה} \cdot \text{בסיס}}{2}$$

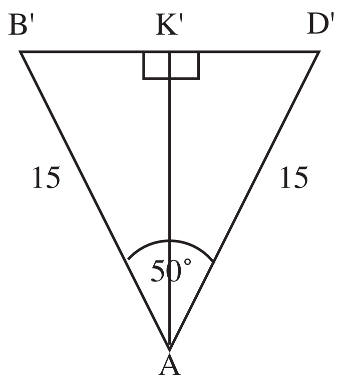
$$S_\Delta = \frac{AB \cdot CK}{2} = \frac{22.4 \cdot 7.845}{2} = 87.864 \text{ סמ"ר}$$

ה. נשתמש בנוסחה למציאת שטח טרפז

$$S_{\text{טרפז}} = \frac{\text{גובה} \cdot (\text{בסיס גדול} + \text{בסיס קטן})}{2}$$

$$S_{ABCD} = \frac{(CD + AB) \cdot CK}{2} = \frac{(10 + 22.4) \cdot 7.845}{2} = 127.089 \text{ סמ"ר}$$

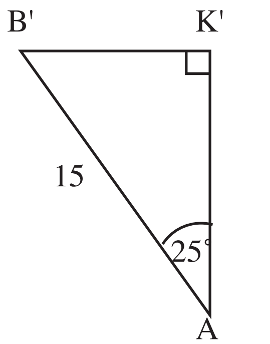
פתרון שאלה 4



א. $\Delta AB'D'$ הוא שווה־שוקיים $(AB' = AD')$.

נסמן את הנתונים: $(\sphericalangle B'AD' = 50^\circ)$, 15 ס"מ $AB' = AD'$.

נוריד מנקודה A גובה AK' שהוא גם תיכון וגם חוצה זווית.



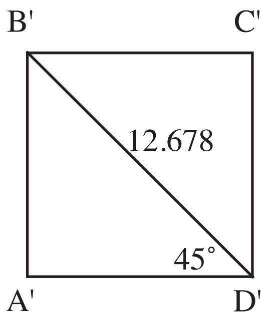
נתבונן ב־$\Delta AB'K'$: אנו מחפשים את אורך הניצב **מול** הזווית ויודעים את **היתר**. נשתמש ב־Sin.

$$\text{Sin}25° = \frac{B'K'}{15} \quad / \cdot 15$$

$$15 \cdot \text{Sin}25 = B'K'$$

$$\boxed{\text{ס"מ } \; 6.339 = B'K'}$$

$B'K' = K'D'$ ולכן: $B'D' = 2 \cdot B'K' = 2 \cdot 6.339 = 12.678$ ס"מ



ב. נשרטט את בסיס התיבה.

$\Delta A'B'D'$ הוא ישר־זווית. האלכסונים בריבוע חוצים זה את זה ולכן $(\sphericalangle A'D'B' = 45°)$. אנו יודעים את אורך **היתר** ומחפשים את הניצב **מול** הזווית.

נשתמש ב־Sin.

$$\text{Sin}45° = \frac{A'B'}{12.678} \quad / \cdot 12.678$$

$$12.678 \cdot \text{Sin}45° = A'B'$$

$$\text{ס"מ } \; 8.964 = A'B'$$

נשתמש בנוסחה למציאת שטח ריבוע: $S_{\text{ריבוע}} = (\text{צלע})^2$.

$$S_{A'B'C'D'} = (8.964)^2 = 80.35 \text{ סמ"ר}$$

פתרון שאלה 5

א. מספר התלמידים המתנדבים 4 שעות הוא:

$$120 - 25 - 75 - 15 = 5$$

ב. נסמן את הנתונים בטבלה:

מספר שעות התנדבות	1	2	3	4
מספר התלמידים	25	75	15	5

$\leftarrow N = 120$

נשתמש בנוסחה למציאת ממוצע

$$\bar{x} = \frac{x_1F_1 + x_2F_2 + ... + x_iF_i}{N}$$

$$\bar{x} = \frac{4 \cdot 5 + 3 \cdot 15 + 2 \cdot 75 + 1 \cdot 25}{120} = \frac{240}{120} = 2$$

ג. השכיח הוא 2.

ד. החציון הוא 2.

ה. נשתמש בנוסחה לחישוב סטיית תקן:

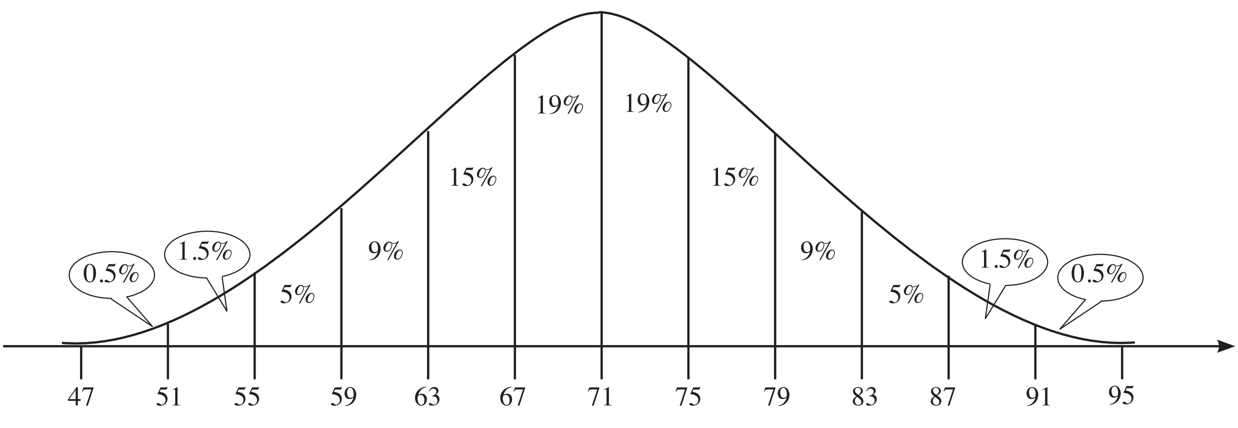
$$S = \sqrt{\frac{(x_1 - \bar{x})^2 F_1 + (x_2 - \bar{x})^2 F_2 + ...(x_i - \bar{x})^2 F_i}{N}}$$

$$S = \sqrt{\frac{(4-2)^2 \cdot 5 + (3-2)^2 \cdot 15 + (2-2)^2 \cdot 75 + (1-2)^2 \cdot 25}{120}}$$

$$S = \sqrt{\frac{20 + 15 + 0 + 25}{120}} = \sqrt{\frac{60}{120}} = 0.707$$

פתרון שאלה 6

א. נעתיק לגרף ההתפלגות הנורמלית את האחוזים מהנוסחאון.



נתון כי 69% מהציונים נמוכים מ־75. נחבר את האחוזים בגרף משמאל לימין עד שנגיע ל־69%.

$69\% = 19 + 19 + 15 + 9 + 5 + 1.5 + 0.5$. קיבלנו כי הציון 75 נמצא במרחק חצי סטיית תקן מימין לממוצע.

סטיית התקן היא 8 ולכן חצי סטיית תקן שווה 4. נסמן על גרף ההתפלגות הנורמלית את הציונים המתאימים לפי מרחקם בסטיות תקן מהממוצע.

נבדוק בגרף מהו אחוז התלמידים שציונם בין 55 ל־75:

$$5 + 9 + 15 + 19 + 19 = 67\%$$

$$P(55 - 75) = \frac{67}{100} = 0.67$$

ב. מספר התלמידים שקיבלו בין 55 ל־75 הוא 70,417 והם מהווים 67%.

$$\frac{67\%}{100\%} = \frac{70417}{N} \quad / 100N$$

$$67N = 7041700 \quad / : 67$$

$$\boxed{N = 105{,}100}$$

למבחן ניגשו 105,100 תלמידים.

ג. מהגרף ניתן לראות כי 2% מהתלמידים שקיבלו את הציון הנמוך הם אלו שקיבלו פחות מ־55.

לכן תלמיד שציונו 52 (פחות מ־55) **יקבל** תגבור.

פתרון מבחן מתכונת מס׳ 3

תשובות

פתרון שאלה 1

א. נקודה A נמצאת על הפונקציה $y = x^2 - 6x$.

נתון כי $x_A = 5$. נציב $x = 5$ בפונקציה ונקבל: $y_{(5)} = 5^2 - 6 \cdot 5 = -5$

קיבלנו כי $\boxed{y_A = -5}$.

ב. נשווה את המשוואות:

$$\begin{cases} y = x^2 - 6x \\ \underline{y = 2x - 16} \end{cases}$$

$$x^2 - 6x = 2x - 16$$

$$x^2 - 8x + 16 = 0$$

קיבלנו משוואה ריבועית: $A = 1 \quad B = 8 \quad C = 16$

נשתמש בנוסחת השורשים:

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x_{1,2} = \frac{8 \pm \sqrt{(-8)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 16}}{2 \cdot 1} = \frac{8 \pm \sqrt{0}}{2} = \frac{8 \pm 0}{2}$$

$$x_1 = \frac{8}{2} = 4 \qquad x_2 = \frac{8}{2} = 4$$

נציב $x = 4$ באחת המשוואות ונקבל: $y = 2 \cdot 4 - 16 = -8$

קיבלנו שיש נקודה משותפת אחת $(4, -8)$ לשתי הפונקציות.

ג. נשווה את המשוואות:

$$\begin{cases} y = y^2 - 6x \\ \underline{y = -5} \end{cases}$$

$$x^2 - 6x = -5$$

$$x^2 - 6x + 5 = 0$$

קיבלנו משוואה ריבועית: $a = 1 \quad b = -6 \quad c = 5$

נשתמש בנוסחת השורשים:

$$x_{1,2} = \frac{6 \pm \sqrt{(-6)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 5}}{2 \cdot 1} = \frac{6 \pm \sqrt{16}}{2} = \frac{6 \pm 4}{2}$$

$$x_1 = \frac{6+4}{2} = \frac{10}{2} = 5$$

$$x_2 = \frac{6-4}{2} = \frac{2}{2} = 1$$

קיבלנו שתי נקודות משותפות לפונקציות $(5,-5)$ $(1,-5)$.

פתרון שאלה 2

א. נסמן את הנתונים:

$$a_5 = 50.625$$

$$q = \frac{3}{4}$$

נשתמש בנוסחה למציאת איבר כללי:

$$a_n = a_1 q^{n-1}$$

נציב $n = 5$ ונקבל:

$$a_5 = a_1 q^4$$

נתון כי: $a_5 = 50.62$ $q = \frac{3}{4}$ ולכן:

$$50.625 = a_1 \cdot \frac{3}{4}^{4}$$

$$50.625 = a_1 \cdot \frac{81}{256} \quad / : \frac{81}{256}$$

$$\boxed{160 = a_1}$$

המכונית עברה בשעה הראשונה 160 ק"מ.

ב. נשתמש בנוסחה למציאת סכום סדרה הנדסית:

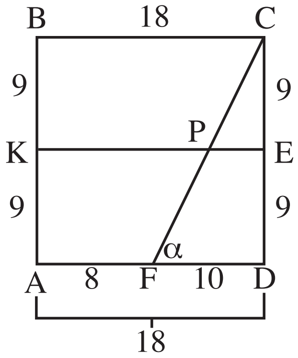
$$S_n = \frac{a_1\left(q^n - 1\right)}{q-1}$$

נתון: $n = 5 \quad a_1 = 160 \quad q = \frac{3}{4}$

$$S_5 = \frac{160 \quad \frac{3}{4}^{5} - 1}{\frac{3}{4} - 1} = 488.125$$

המכונית עברה 488.125 ק"מ ב־5 השעות הראשונות.

פתרון שאלה 3



א. נתון: $AD =$ 18 ס"מ, $AF =$ 8 ס"מ

$FD = AD - AF = 18 - 8 =$ 10 ס"מ

ΔCFD ישר-זווית ($\sphericalangle D = 90^\circ$).

אנו יודעים את אורך הניצב **מול** הזווית (CD)

ואת אורך הניצב **ליד** הזווית (FD). נשתמש ב-tan.

$$\tan\alpha = \frac{CD}{FD}$$

$$\tan\alpha = \frac{18}{10} \quad / \text{ SHIFT tan}$$

כדי למצוא זווית נשתמש בכפתור SHIFT $\boxed{\alpha = 60.945^\circ}$

$\boxed{\sphericalangle D = 90^\circ}$ ולכן: $\sphericalangle FCD = 180 - 90 - 60.945 = \underline{29.055^\circ}$

ב. ΔCPE ישר-זווית ($\sphericalangle E = 90^\circ$). אנו יודעים את אורך הניצב **ליד** הזווית (CE) ומחפשים את אורך הניצב **מול** הזווית PE. נשתמש ב-tan.

$$\tan\sphericalangle PCE = \frac{PE}{CE}$$

$$\tan 29.055 = \frac{PE}{9} \quad / \cdot 9$$

$$9 \cdot \tan 29.055 = PE$$

$\boxed{PE = \text{5 ס"מ}}$

ג. נחשב את אורך FC (ב-ΔFCD). נשתמש ב-sin.

$$\sin 29.055^\circ = \frac{PE}{PC}$$

$$\sin 29.055^\circ = \frac{5}{PC}$$

$$PC = \frac{5}{\sin 29.055^\circ}$$

$\boxed{PC = \text{10.295 ס"מ}}$

נחשב את אורך FC (ב-ΔFCD). נשתמש ב-sin.

$$\sin 29.055^\circ = \frac{FD}{FC}$$

$$\sin 29.055^\circ = \frac{10}{FC}$$

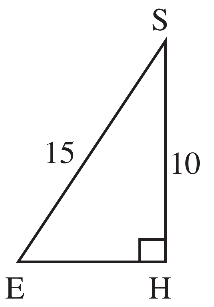
$$FC = \frac{10}{\sin 29.055^\circ}$$

$$\boxed{FC = 20.591 \text{ ס"מ}}$$

$$PF = FC - PC = 20.591 - 10.295 = 10.295 \text{ ס"מ}$$

פתרון שאלה 4

א. נשרטט את ΔSHE.



משולש SHE הוא ישר־זווית.

נשתמש במשפט פיתגורס:

$$EH^2 + SH^2 = SE^2$$

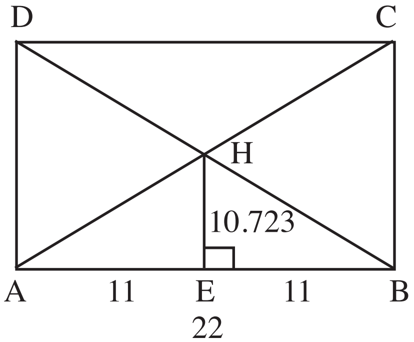
$$EH^2 + 10^2 = 15^2$$

$$EH^2 + 100 = 225$$

$$EH^2 = 115 \quad / \sqrt{\ }$$

$$\boxed{EH = 10.723 \text{ ס"מ}}$$

נשרטט את הבסיס ABCD:



משולש SHB הוא שווה־שוקיים ולכן הגובה SE הוא גם תיכון.

כלומר $AE = EB = 11$ ס"מ.

ΔEHB ישר־זווית. נשתמש במשפט פיתגורס:

$$EB^2 + EH^2 = BH^2$$
$$11^2 + 10.723^2 = BH^2$$
$$235.982 = BH^2 \quad / \sqrt{\ }$$
$$\boxed{BH = 15.361 \text{ ס"מ}}$$

האלכסונים במלבן חוצים זה את זה ולכן: $DH = BH = 15.361$ ס"מ.

ב. EH הוא קטע אמצעים ולכן הוא שווה למחצית הצלע AD.

כלומר $AD = 2 \cdot EH = 2 \cdot 10.723 = 21.446$ ס"מ.

נשתמש בנוסחה למציאת נפח פירמידה:

$$V = \frac{B \cdot H}{3}$$

(H – גובה הפירמידה, B – שטח הבסיס)

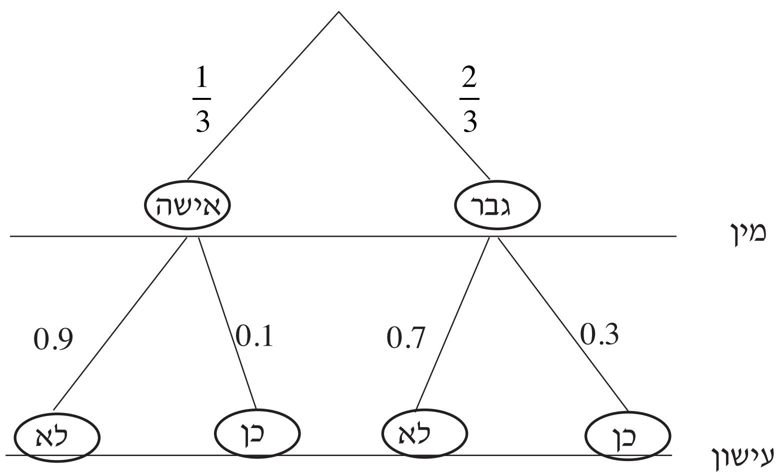
$$B = AB \cdot AD = 22 \cdot 21.446 = 471.812 \text{ סמ"ר}$$

$$H = 10 \text{ ס"מ}$$

$$V = \frac{471.812 \cdot 10}{3} = 1572.706 \text{ סמ"ק}$$

פתרון שאלה 5

בנה תחילה תרשים עץ שיתאר את הבעיה.



$$P\left(\begin{array}{c}\text{לא}\\ \text{מעשן}\end{array}\right) = P\left(\begin{array}{c}\text{גבר לא}\\ \text{מעשן}\end{array}\right) + P\left(\begin{array}{c}\text{אישה לא}\\ \text{מעשנת}\end{array}\right) = \frac{2}{3} \cdot 0.7 + \frac{1}{3} \cdot 0.9 = \frac{23}{30}$$

פתרון שאלה 6

א. הציון השכיח הוא 85 (הוא מופיע 10 פעמים).

ב. נבנה טבלה של הנתונים:

הציון	100	95	90	85	80	75	70	65	60	
מספר התלמידים	2	4	6	10	8	6	5	5	4	← $N = 50$

מספר התלמידים הלומדים כימיה הוא 50.

ג. נשתמש בנוסחה למציאת ממוצע:

$$\bar{x} = \frac{x_1F_1 + x_2F_2 + ... + x_iF_i}{N}$$

$$\bar{x} = \frac{60 \cdot 4 + 65 \cdot 5 + 70 \cdot 5 + 75 \cdot 6 + 80 \cdot 8 + 85 \cdot 10 + 90 \cdot 6 + 95 \cdot 4 + 100 \cdot 2}{50} = \frac{3975}{50} = 79.5$$

ד. הנוסחה למציאת מיקום החציון היא: $\frac{N+1}{2} = \frac{50+1}{2} = 25.5$

החציון הוא הממוצע בין הנתון ה-25 והנתון ה-26.

הציון במקום ה-25 הוא 80.

הציון במקום ה-26 הוא 80.

החציון הוא: $\frac{80+80}{2} = 80$

ה. נבנה טבלה חדשה של הנתונים:

הציון	100	95	90	85	80	75	70	65	60	
מספר התלמידים	2	4	6	13	7	5	4	5	4	← $N = 50$

הציון במקום ה-25 הוא 85.

הציון במקום ה-26 הוא 80.

החציון החדש הוא: $\frac{80+85}{2} = 82.5$

הממוצע החדש הוא:

$$\bar{x} = \frac{60 \cdot 4 + 65 \cdot 4 + 70 \cdot 4 + 75 \cdot 5 + 80 \cdot 7 + 85 \cdot 13 + 90 \cdot 6 + 95 \cdot 4 + 100 \cdot 2}{50} = \frac{4005}{50} = 80.1$$

פתרון מבחן מתכונת מס' 4

תשובות

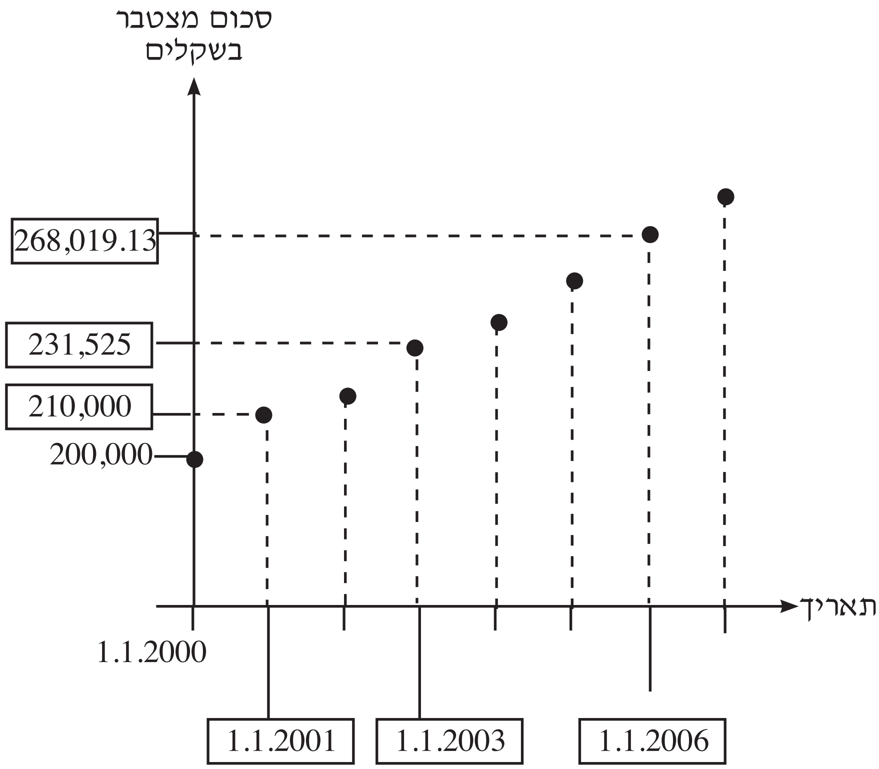
פתרון שאלה 1

א. נסמן את הנתונים: $M_{(0)} = 200{,}000 \quad P = 5\%$

נציב בנוסחה $q = 1 \pm \frac{P}{100}$ $\quad q = 1 + \frac{5}{100} = 1.05$

נשתמש בנוסחה $M_{(4)} = 200{,}000 \cdot (1.05)^4 = 243{,}101.25$

ב.



נשתמש בנוסחה $M_{(t)} = M_{(0)} \cdot q^t$

$M_{(1)} = 200{,}000 \cdot (1.05)^1 = 210{,}000$

$M_{(3)} = 200{,}000 \cdot (1.05)^3 = 231{,}525$

$M_{(6)} = 200{,}000 \cdot (1.05)^6 = 281{,}420.08$

ג. הסכום היה 281,420.08 ש"ח.

$$M_{(7)} = 200{,}000 \cdot (1.05)^7 = 281{,}420.08$$

ד. הסכום ההתחלתי של מר גולד 200,000 ש"ח.

אחרי תוספת של 35%, הסכום הוא: $200{,}000 \cdot 1.35 = 270{,}000$

מר נאמן הרויח יותר בתום 7 שנים.

פתרון שאלה 2

א. נשתמש בנוסחה למציאת איבר כללי

$$a_n = a_1 + (n-1)\,d$$

נתון: $a_1 = 6 \quad d = 12 \quad n = 6$

$$a_6 = a_1 + 5d$$

$$a_6 = 6 + 5 \cdot 12$$

$$\boxed{a_6 = 66}$$

ב. נשתמש בנוסחה למציאת סכום סדרה חשבונית

$$S_n = \frac{n}{2}\left[2a_1 + (n-1)d\right]$$

נציב: $a_1 = 6 \quad d = 12 \quad n = 6$

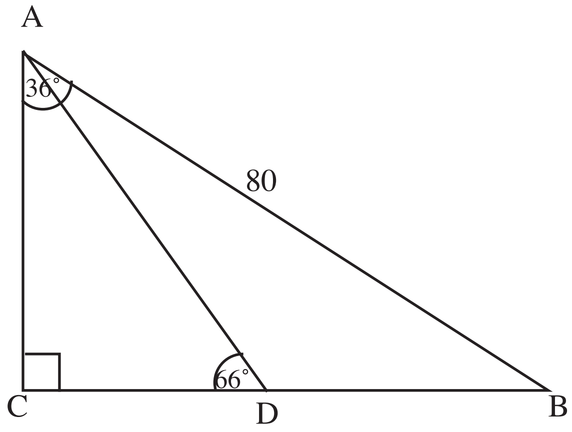
$$S_6 = \frac{6}{2}\left[2 \cdot 6 + 5 \cdot 12\right]$$

$$S_6 = 3\left[12 + 60\right]$$

$$\boxed{S_6 = 216}$$

עומק הבור 216 מטר.

פתרון שאלה 3



ΔABC ישר-זווית ($\measuredangle ACB = 90^\circ$).

נתון אורך **היתר** $AB = 80$ ומחפשים את הניצב **ליד** הזווית (AC). נשתמש ב-cos.

$$\cos 36 = \frac{AC}{AB}$$

$$\cos 36 = \frac{AC}{80} \quad / \cdot 80$$

$$80 \cdot \cos 36 = AC$$

$$\boxed{AC = 64.72 \text{ ס"מ}}$$

נמצא את אורך הניצב **מול** הזווית (BC). נשתמש ב-sin.

$$\sin 36 = \frac{BC}{AB}$$

$$\sin 36 = \frac{BC}{80} \quad / \cdot 80$$

$$80 \sin 36 = BC$$

$$\boxed{BC = 47.02 \text{ ס"מ}}$$

ΔACD ישר-זווית ($\measuredangle ACD = 90^\circ$).

נתון אורך הניצב **מול** הזווית ($AC = 64.72$) ומחפשים את אורך הניצב **ליד** הזווית (CD).

נשתמש ב-tan.

$$\tan 66 = \frac{AC}{CD}$$

$$\tan 66 = \frac{64.72}{CD}$$

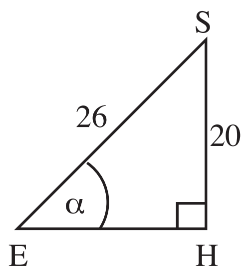
$$CD = \frac{64.72}{\tan 66}$$

$\boxed{CD = 28.82}$ ס"מ

$BD = BC - CD$

$BD = 47.02 - 28.82 = 18.2$ ס"מ

פתרון שאלה 4



א. נתבונן ב־ΔSEH: המשולש הוא ישר־זווית

($\sphericalangle SHE = 90°$ כי SH הוא גובה). $SE = 26$ ס"מ, $SH = 20$ ס"מ.

כדי למצוא את הזווית α בעזרת הניצב **שמולה** **והיתר**, נשתמש ב־Sin.

$$\text{Sin } \alpha = \frac{20}{26}$$

$$\text{Sin } \alpha = 0.769$$

כדי למצוא זווית משתמשים בכפתור SHIFT.

נקיש במחשבון $\boxed{\text{SHIFT}} \rightarrow \boxed{\sin} \rightarrow \boxed{0.769} \rightarrow \boxed{=}$ ונקבל: $\boxed{\alpha = 50.26°}$

ב. נמצא את אורך EH. נשתמש ב־cos.

$$\cos 50.26 = \frac{EH}{26} \quad / \cdot 26$$

$$26 \cdot \cos 50.26 = EH$$

$\boxed{EH = 16.621}$ ס"מ

EH הוא קטע אמצעים ב־ΔABC ולכן הוא שווה למחצית BC:

$BC = 2 \cdot 16.621 = 33.242$ ס"מ.

ג. נשתמש בנוסחה למציאת נפח פירמידה:

$$V = \frac{B \cdot H}{3}$$

(H – גובה הפירמידה, B – שטח הבסיס)

$$V = \frac{AB \cdot BC \cdot SH}{3}$$

נתון כי $V = 1200$:

$$1200 = \frac{AB \cdot 33.242 \cdot 20}{3}$$

$$1200 = 221.61AB \quad / : 221.61$$

$AB = 5.414$ ס"מ

פתרון שאלה 5

א. נסמן את הנתונים בטבלה:

השכר	5000	5400	5800
מספר העובדים	20	x	y

$N = 100 \leftarrow$

נתון גם $\bar{x} = 5560$.

נרשום משוואה של מספר העובדים:

$$x + y + 20 = 100$$

$$\boxed{x + y = 80}$$

נשתמש בנוסחה למציאת ממוצע:

$$\bar{x} = \frac{x_1F_1 + x_2F_2 + ... + x_iF_i}{N}$$

$$5560 = \frac{5000 \cdot 20 + 5400x + 5800y}{100} \quad / \cdot 100$$

$$556000 = 100000 + 5400x + 5800y$$

$$\boxed{456000 = 5400x + 5800y}$$

נפתור שתי משוואות בשני נעלמים:

$$\begin{aligned} x + y &= 80 \quad / \cdot (-5400) \\ 5400x + 5800y &= 456000 \end{aligned}$$

$$+\begin{aligned} -5400x - 5400y &= -432000 \\ 5400x + 5800y &= 456000 \end{aligned}$$

$$400y = 24000 \quad / : 400$$

$$\boxed{y = 60}$$

נציב $y = 60$ במשוואה הראשונה ונקבל:

$$x + 60 = 80$$

$$\boxed{x = 20}$$

התשובה: ישנם 60 פועלים המשתכרים 5,800 ש"ח כל אחד.

ב. $P\left(\text{קטן מהממוצע}\right) = \frac{40}{100} = 0.4$

ג. חציון השכר החודשי הוא 5,800 ש"ח.

ד. השכר החודשי השכיח הוא 5,800 ש"ח.

פתרון שאלה 6

א.

	הציון שיואב קיבל	הציון הממוצע	סטיית התקן
מבחן א	77	72	6
מבחן ב	77	68	8

יואב קיבל במבחן א ציון הגבוה ב־5 נקודות מהממוצע ($77 - 72 = 5$).

סטיית התקן היא 6 ולכן הציון של יואב נמצא במרחק של $\frac{5}{6}$ סטיות תקן מעל הממוצע.

יואב קיבל במבחן ב ציון הגבוה ב־9 נקודות מהממוצע ($77 - 68 = 9$).

סטיית התקן היא 8 ולכן הציון של יואב נמצא במרחק של $1\frac{1}{8} = \frac{9}{8}$ סטיות תקן מעל הממוצע.

כיוון שמרחק הציון **בסטיות תקן** מהממוצע כלפי מעלה במבחן ב גדול יותר, הרי שיואב הצליח יותר במבחן ב בהשוואה לשאר התלמידים שנבחנו.

ב.

	הציון שליהיא קיבל	**הציון הממוצע**	**סטיית התקן**
מבחן א	84	72	6
מבחן ב	84	68	8

ליהיא קיבלה במבחן א ציון הגבוה ב־12 נקודות מהממוצע ($84 - 72 = 12$). סטיית התקן היא 6 ולכן הציון של ליהיא נמצא במרחק של $\frac{12}{6} = 2$ סטיות תקן מעל הממוצע.

ליהיא קיבלה במבחן ב ציון הגבוה ב־16 נקודות מהממוצע ($84 - 68 = 16$), סטיית התקן היא 8 ולכן הציון של ליהיא נמצא במבחן של $\frac{16}{8} = 2$ סטיות תקן מעל הממוצע.

כיוון שמרחק הציון **בסטיות תקן** מהממוצע כלפי מעלה שווה בשני המבחנים, הרי שליהיא הצליחה בשני המבחנים במידה שווה בהשוואה לשאר התלמידים.

פתרון מבחן מתכונת מס׳ 5

תשובות

פתרון שאלה 1

א. **נקודות** C, A: נמצאות על ציר ה-x ולכן $y = 0$

$$0 = -2x^2 + 4x + 6$$

קיבלנו משוואה ריבועית: $a = -2 \quad b = 4 \quad c = 6$

נשתמש בנוסחת השורשים:

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x_{1,2} = \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4 \cdot (-2) \cdot 6}}{2 \cdot (-2)} = \frac{-4 \pm \sqrt{64}}{-4} = \frac{-4 \pm 8}{-4}$$

$$x_1 = \frac{-4+8}{-4} = \frac{4}{-4} = -1 \qquad \boxed{C(-1, 0)}$$

$$x_2 = \frac{-4-8}{-4} = \frac{-12}{-4} = 3 \qquad \boxed{A(3, 0)}$$

נקודה B: נמצאת על ציר ה-y ולכן $x = 0$

$$y_{(0)} = -2 \cdot 0^2 + 4 \cdot 0 + 6 = 6$$

$$\boxed{B(0, 6)}$$

ב. נציב את הנקודות A ו-B במשוואת הישר $y = -2x + 6$ ונקבל פסוק אמת.

$A(3, 0) \rightarrow y = -2x + 6$

$0 = -2 \cdot 3 + 6$

$0 = 0$

פסוק אמת

$B(0, 6) \rightarrow y = -2x + 6$

$6 = -2 \cdot 0 + 6$

$6 = 6$

פסוק אמת

קיבלנו פסוקי אמת ולכן הנקודות A ו-B נמצאות על הישר $y = -2x + 6$.

ג. הישר נמצא מעל הפרבולה בתחומים $\boxed{3 < x \text{ או } x < 0}$

פתרון שאלה 2

א. נציב את הנתונים. משכורתו בחודש הראשון הייתה 6,000 ש"ח $a_1 = 6000$

בכל חודש עלתה משכורתו פי 1.1: $q = 1.1$

כדי למצוא את משכורתו בחודש ה־9 נשתמש בנוסחה למציאת האיבר הכללי: $a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$

נציב $n = 9$ ונקבל: $a_9 = a_1 \cdot q^8$

נתון כי $a_1 = 6000$ $q = 1.1$ ולכן: $a_9 = 6000 \cdot (1.1)^8 = 12861.5$

ב. כדי למצוא את משכורתו במשך 9 החודשים הראשונים, נשתמש בנוסחה למציאת סכום סדרה הנדסית:

$$S_n = \frac{a_1\left(q^n - 1\right)}{q - 1}$$

נתון כי: $a_1 = 6000$ $q = 1.1$ $n = 9$ ולכן:

$$S_9 = \frac{6000\left(1.1^9 - 1\right)}{1.1 - 1} = 81476.86$$

פתרון שאלה 3

א. נסמן את הנתונים:

$M_{(0)} = 488,300$

$P = 2.8\%$

נשתמש בנוסחה $q = 1 \pm \frac{P}{100}$

$$q = 1 + \frac{2.8}{100} = 1.028$$

נתון גם: $M_{(t)} = 545,330$

נציב בנוסחה $M_{(t)} = M_{(0)} \cdot q^t$

$545330 = 488300 \cdot (1.028)^t \quad / : 488300$

$1.11679 = (1.028)^t$

נשתמש בנסחה למציאת זמן. אם $x = a^t$ אז:

$$t = \frac{\ln x}{\ln a}$$

$$t = \frac{\ln 1.11679}{\ln 1.028} = 4$$

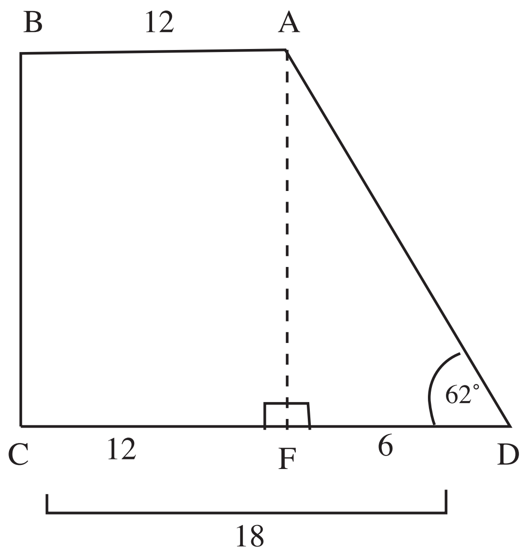
התשובה: כעבור 4 שנים יהיו בעיר 545,330 תושבים.

ב. נציב בנוסחה $M_{(t)} = M_{(0)} \cdot q^t$.

$$M_{(6)} = 488,300 \cdot (1.028)^6 = 576,295$$

פתרון שאלה 4

א. נשרטט את הטרפז.



נוריד גובה AF. נוצר מלבן AFCB

ולכן 12 ס"מ = $CF = AB$

6 ס"מ = $FD = CD - CF = 18 - 12$

נתבונן ב-ΔAFD: אנו יודעים את הניצב

ליד הזווית ומחפשים את **היתר**.

נשתמש ב-cos.

$$\cos 62 = \frac{FD}{AD}$$
$$\cos 62 = \frac{6}{AD}$$
$$AD \cdot \cos 62 = 6$$
$$AD = \frac{6}{\cos 62}$$
AD = 12.78 ס"מ

אנו מחפשים את הניצב **מול** הזווית (AF). נשתמש ב-tan.

$$\tan 62 = \frac{AF}{FD}$$
$$\tan 62 = \frac{AF}{6} \quad / \cdot 6$$
$$6 \tan 62 = AF$$
11.284 ס"מ = AF

AFCB מלבן ולכן 11.284 ס"מ = BC = AF

היקף הטרפז הוא: AB + AD + CD + BC = 12 + 12.78 + 18 + 11.284 = 54.064 ס"מ

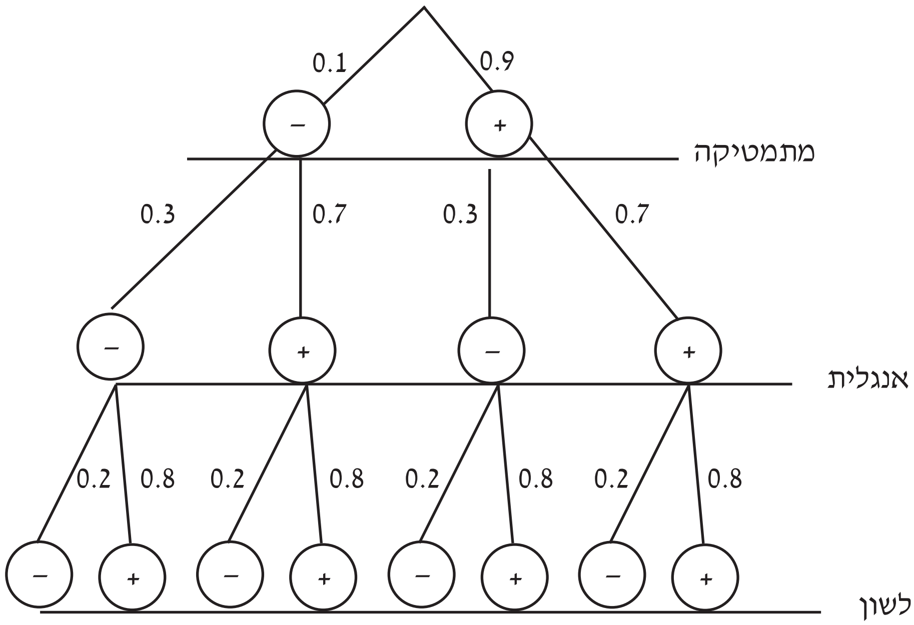
ב. נשתמש בנוסחה למציאת שטח טרפז:

$$S_{\text{טרפז}} = \frac{(\text{בסיס גדול} + \text{בסיס קטן}) \cdot \text{גובה}}{2}$$

$S_{ABCD} = \frac{(AB + CD) \cdot BC}{2} = \frac{(12 + 18) \cdot 11.284}{2} =$ 169.26 סמ"ר

פתרון שאלה 5

נבנה תרשים שיתאר את הבעיה:



א. $$P\left(\begin{matrix}\text{להצליח בכל}\\ \text{השלושה}\end{matrix}\right) = P\begin{pmatrix}+\\ +\\ +\end{pmatrix} = 0.9\cdot 0.7\cdot 0.8 = 0.504$$

ב. $$P\left(\begin{matrix}\text{להצליח בדיוק}\\ \text{בשניים}\end{matrix}\right) = P\begin{pmatrix}+\\ +\\ -\end{pmatrix} + P\begin{pmatrix}+\\ -\\ +\end{pmatrix} + P\begin{pmatrix}-\\ +\\ +\end{pmatrix}$$

$$P\left(\begin{matrix}\text{להצליח בדיוק}\\ \text{בשניים}\end{matrix}\right) = 0.9\cdot 0.7\cdot 0.2 + 0.9\cdot 0.3\cdot 0.8 + 0.1\cdot 0.7\cdot 0.8 = 0.126+0.216+0.056 = 0.398$$

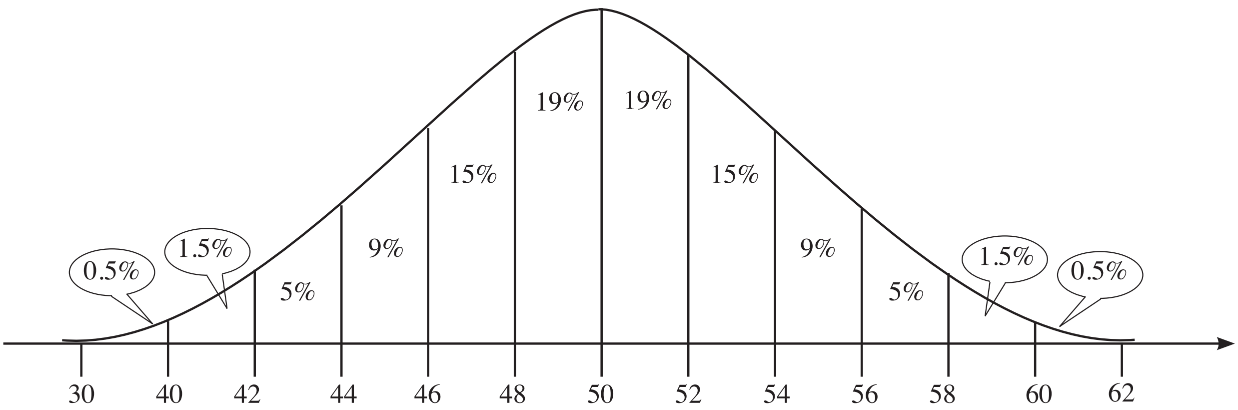
ג. כדי להצליח **לפחות** במקצוע אחד עליו להצליח בכל השלושה או השניים או באחד, כלומר אסור לו להיכשל בכולם, ולכן:

$$P\left(\begin{matrix}\text{להצליח לפחות}\\ \text{בשניים}\end{matrix}\right) = 1 - P\begin{pmatrix}-\\ -\\ -\end{pmatrix} = 1 - 0.1\cdot 0.3\cdot 0.2 = 0.994$$

פתרון שאלה 6

נסמן על גרף ההתפלגות הנורמלית את הגבהים המתאימים, לפי מרחקם בסטיות תקן מהממוצע, ונעתיק לגרף את האחוזים מהנוסחאון. סטיית התקן שווה 4 ס"מ ולכן חצי סטיית תקן שווה 2 ס"מ.

נתון כי 50 ס"מ = $\bar{x}$



א. נבדוק בגרף מהו אחוז הצמחים שגובהם בין 52 ס"מ ל־56 ס"מ: $15 + 9 = 24\%$

24% מצמחי הנוי, גובהם בין 52 ס"מ ל־56 ס"מ.

ב. נבדוק בגרף מהו אחוז הצמחים הנמוכים מ־48 ס"מ: $0.5 + 1.5 + 5 + 9 + 15 = 31\%$

31% מהצמחים פסולים לייצוא ולכן אחוז הצמחים המועברים לייצוא הוא: $100 - 31 = 69\%$.

ג. נבדוק בגרף מהו אחוז הצמחים הנמוכים מ־44 ס"מ: $0.5 + 1.5 + 5 = 7\%$

אחוז הצמחים שנפסלו לייצוא הוא 31%, ולכן אחוז הצמחים הנמכרים בהוזלה מבין הצמחים שנפסלו לייצוא הוא:

$$\frac{7\%}{31\%} \cdot 100 = 22.58\%$$