

האם אפשר לדייק קצת יותר (או אולי פחות)?

פחמן הוא אחד היסודות הנפוצים ביותר. ידועות אלפי תרכובות בהן "משתתף" יסוד זה. בטבע קיימים שלושה איזוטופים

שונים של פחמן, המסומנים C_{12}^6 , C_{13}^6 , C_{14}^6 . בעוד ששני האיזוטופים הקלים יותר הם יסודות יציבים, האיזוטופ C_{14}^6

(פחמן 14), הוא יסוד רדיואקטיבי. כלומר, הוא מתפרק באופן ספונטני והופך ליסוד אחר – חנקן.

הפחמן (ללא קשר לסוג האיזוטופ) מוטמע בצמחים בתהליך הפוטוסינתזה ועובר ליצורים חיים באמצעות שרשרת

המזון. ריכוז הפחמן 14 באטמוספירה קטן מאוד (פחות ממיליארדית האחוז) והוא נשאר קבוע (כמעט) בשל

תהליך המתרחש בגובה האטמוספירה, שבו אטומים של חנקן הופכים חזרה לאטומים של פחמן 14.

בסוף שנות הארבעים של המאה העשרים, התברר למדענים כי ניתן להעריך את גילו של ממצא ארכיאולוגי אורגני על-ידי מציאת ריכוז הפחמן 14 שבו. ריכוז היחסי של הפחמן 14 נשמר רק כל עוד הגוף חי ומתקיים תהליך של חילוף חומרים. כדי למצוא את "גילו" של ממצא ארכיאולוגי אורגני, יש למצוא את ריכוז הפחמן 14 שבו ולהשוותו לריכוזו בגוף חי.

משימה זו אינה פשוטה כלל ועיקר משום שריכוז הפחמן 14 נמוך מאוד, ויש לקחת בחשבון שגיאות מסוגים שונים

במדידה. בנוסף, בעשרות אלפי השנים האחרונות חל שינוי קטן בריכוז הפחמן 14 באטמוספירה, וגם בעובדה זו צריכים המדענים להתחשב.

השאלה הבאה מביאה מעט מן האמת (לא את כולה) על תיארוך באמצעות פחמן 14.

שאלה

כדי לקבוע גיל של ממצא ארכיאולוגי אורגני (שלד למשל), משתמשים בשיטה הנקראת תיארוך באמצעות פחמן 14.

באמצעות שיטה זו מודדים את ריכוזו של פחמן 14 בממצא האורגני. ידוע כי זמן מחצית החיים של פחמן 14 הוא

5730 ± 100 שנים (קיימת אי-ודאות של ± 100 שנים בקביעת זמן מחצית החיים של פחמן 14).

בגלל ריכוזו הנמוך של פחמן 14, לא ניתן למדוד את גילו של ממצא אשר ריכוז הפחמן 14 בו נמוך מ-0.1% מריכוזו בגוף החי.

(א) בבדיקת שלד נמצא כי ריכוז הפחמן 14 שבו הוא 20% מהריכוז הרגיל (בגוף החי).

בסעיפים הבאים השתמש בקשר $N(t) = N_0 \cdot a^t$ וקבע את t ביחידות של אלפי שנים (ולא שנים).

(1) מהו תחום הערכים של הפרמטר a (בהתחשב בתחום הערכים של זמן מחצית החיים של

פחמן 14)?

(2) קבע את תחום ה"גיל" של השלד.

(ב) מהו טווח ה"גיל" המרבי של שלד שעדיין ניתן למדוד את גילו ברמת דיוק טובה?

פתרון

(א) על-פי הנתון, זמן מחצית החיים הוא בתחום: $5.63 \leq T_{\frac{1}{2}} \leq 5.83$ (אלפי שנים).

כדי למצוא את a נציב $N(T_{\frac{1}{2}}) = 0.5N_0$, נקבל: $0.5N_0 = N_0 \cdot a^{\frac{T_{\frac{1}{2}}}{5.63}}$. לאחר צמצום N_0 בשני אגפי המשוואה

נקבל: $a^{\frac{T_{\frac{1}{2}}}{5.63}} = 0.5$. תחום הערכים של a יתקבל על-ידי הצבת תחום הערכים של זמן מחצית החיים.

מהצבת $T_{\frac{1}{2}} = 5.63$ נקבל: $a_{\min} = \sqrt[5.63]{0.5} = 0.88416$.

מהצבת $T_{\frac{1}{2}} = 5.83$ נקבל: $a_{\max} = \sqrt[5.83]{0.5} = 0.8879$.

לכן תחום הערכים של a הוא: $0.88416 \leq a \leq 0.8879$.

(ב) נתון כי $N(t) = 0.2N_0$. כדי למצוא את תחום הערכים של "גיל" השלד, נציב את הערכים הקיצוניים של a :

עבור $a = 0.88416$ נקבל: $0.2N_0 = N_0 \cdot 0.88416^t$ $\leftarrow t_{\min} = \frac{\ln 0.2}{\ln 0.88416} = 13.072$

עבור $a = 0.8879$ נקבל: $0.2N_0 = N_0 \cdot 0.8879^t$ $\leftarrow t_{\max} = \frac{\ln 0.2}{\ln 0.8879} = 13.537$

לכן, תחום ה"גיל" של השלד הוא: $13.072 \leq t \leq 13.537$ (אלפי שנים).

(ב) טווח הגיל המרבי של חומר אורגני שניתן לתארך אותו באמצעות פחמן 14 מוגבל עד ריכוז של 0.1% מהריכוז

בגוף החי (נתון). נציב $N(t) = 0.001N_0$, וכן נציב את ערכי הקיצון של a :

עבור $a = 0.88416$ נקבל: $0.001N_0 = N_0 \cdot 0.88416^t$ $\leftarrow t_{\min} = \frac{\ln 0.001}{\ln 0.88416} = 56.107$

עבור $a = 0.8879$ נקבל: $0.001N_0 = N_0 \cdot 0.8879^t$ $\leftarrow t_{\max} = \frac{\ln 0.001}{\ln 0.8879} = 58.099$

כלומר, ניתן לתארך חומר אורגני ש"גילו" עד $56.107 \leq t \leq 58.099$ (אלפי שנים).